සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved

කො/විශාඛා විද්‍යාලය කොළඹ - 05

Co/ Visakha Vidyalaya, Colombo - 05

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2025

General Certificate of education (Adv. Level) Examination 2025

13 ශ්‍රේණිය - තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2025 සැප්තැම්බර්

Grade 13 - 3rd Term Test - September 2025

සංයුක්ත ගණිතය I

Combined Mathematics I

10 S I

කාලය පැය 3 මි. 10

3 hours and 10 min.

Name / Index number ....

AL API (PAPERS GROUP)

A කොටසේ සියලු ම ප්‍රශ්න සඳහා ද B කොටසේ තෝරාගත් ප්‍රශ්න පහකට ද පිළිතුරු සපයන්න.

A කොටස

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
එකතුව	

B කොටස

ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව	

	ලකුණු
A කොටස	
B කොටස	
එකතුව	

A කොටස

(1) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n}(2r+1)(3r+1) = \frac{n}{2}(4n^2 + 11n + 9)$$ බව සාධනය කරන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

(2) එකම රූප සටහනක $y = |4x - 3|$ හා $y = 3 - |x|$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහනක් ඇඳ ප්‍රස්තාර දෙකෙන් මායිම් වන පෙදෙසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

(3) $|Z - 3 - 2i| \leq 1$ හා $Im(Z) \geq 2$ යන අසමානතා සපුරාලන Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත පෙදෙස ආගන්ඩ් සටහනක අඳුරු කරන්න.
තවද $Arg\ Z$ හි උපරිම අගයද සොයන්න.

(4) $\left(2x + \frac{k}{2x}\right)^9$ ප්‍රසාරණය ලියන්න. එමගින් x^5 හි සංගුණකය 128 නම් k හි අගයන් සොයන්න.

(5) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{x\sin x} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$ බව පෙන්වන්න.

(6) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{9+x^2}}$ වක්‍රයක්. $x = 0$ හා $x = \sqrt{3}, y = 0$ රේඛාවලින් ආවෘත පෙදෙස x - අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව $\sqrt{3}\pi[2-\sqrt{3}]$ බව පෙන්වන්න.

(7) C වක්‍රයක් $x = 2 + \cos 2\theta$, $y = 4\sin\theta$ යන පරාමිතික සමීකරණ මගින් දෙනු ලැබේ. $\frac{dy}{dx}$ යන්න θ ඇසුරින් සොයන්න. $\theta = \frac{\pi}{4}$ වන ලක්ෂ්‍යයේදී C වක්‍රයට ඇඳි අභිලම්බයේ සමීකරණය $x - \sqrt{2}y + 2 = 0$ බව පෙන්වන්න. එම අභිලම්බය y- අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(8) ABC සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයේ AB = BC වේ. AC පාදයේ සමීකරණය $x + 2y - 3 = 0$ ද, B ලක්ෂ්‍යය (4,2) ද නම් AB හා BC පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

(9) මූල ලක්ෂ්‍යය හා (0, 2) ලක්ෂ්‍යය හරහා යමින් $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

(10) $tan\theta + sec\theta = \tan\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ බව පෙන්වා එනයින් $tan\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ හි අගය සොයන්න.

CS CamScanner

කො/විශාඛා විද්‍යාලය කොළඹ - 05

තෙවන වාර පරීක්ෂණය - 2025

සංයුක්ත ගණිතය I

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

- ප්‍රශ්න 05 කට පිළිතුරු සපයන්න.

(11) (a) $\lambda \in \mathbb{R}$ වන $\lambda^2(x^2 - x) + 2\lambda x + 2 = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. $(\alpha + \beta)$ හා $\alpha\beta$ හි අගය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

(i) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ හි අගය λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) λ_1 හා λ_2 යනු $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{4}{3}$ සමීකරණය තෘප්ත කරන λ හි අගය දෙකක් නම් $\frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2}$ හා $\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}$ මූල වශයෙන් ඇති වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(b) $f(x)$ බහු පදය $3x^2 + x - 2$ න් බෙදූ විට ශේෂය $2x + 1$ ද $g(x)$ බහු පදය $x^2 - 1$ න් බෙදූ විට ශේෂය $x + 2$ ද වේ. $[f(x) + g(x)]$ හි රේඛීය සාධකයක් සොයන්න. $[f(x) - g(x)]$ එම සාධකයෙන් බෙදූ විට ශේෂය -2 බව පෙන්වන්න.

(12) (a) සිසුන් 8 දෙනෙකු අතරේ අයිස්ක්‍රීම් 8, යෝගට් 4 හා වටලප්පම් 4 බෙදා දිය යුතුව ඇත. සෑම සිසුවකුටම වෙනස් වර්ගයේ දෙක බැගින් ලබා දිය යුතු නම්,

(i) වෙනත් කිසිදු විශේෂයක් නොමැති විට,

(ii) විශේෂිත එක් සිසුවකුට වටලප්පම් එකක් ලබා දිය යුතු විට,

(iii) කිසියම් එක් සිසුවකු යෝගට් එකක් ප්‍රතික්ෂේප කරන විට

සිසුන් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

මෙම සිසුන 8 දෙනා ඡායා රූපයකට පෙනී සිටීමට අවශ්‍යව ඇති අතර මුල් පේළියේ සිසුන් තිදෙනෙක් අතරින් හරි මැද නායකයන්, පසු පේළියේ ඉතිරි සිසුන් පස්දෙනා සිටින පරිදි සිසුන් වාඩිකරවිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

AL API (PAPERS GROUP)

CamScanner

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$U_r = \frac{3(8-3r)}{(3r-2)(3r+1)(3r+4)}$$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) = \frac{A}{(3r-2)} + \frac{B}{(3r+1)}$ යැයි ගනිමු. මෙහි A හා B යනු තාත්ත්වික නියත වේ.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි A හා B නියත වල අගයන් නිර්ණය කරන්න.

එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින්

$$\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} + \frac{2}{3n+4} - \frac{1}{3n+1}$$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

එනයින් $\lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} (2k\,U_r + U_{n+1-r}) = \frac{11}{2}$ වන පරිදි k තාත්ත්වික නියතයෙහි අගය සොයන්න.

(13) (a) $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a-2b \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. සියලු $a, b \in \mathbb{R}$ හා $a \neq b$ සඳහා A^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$

තාසස $A = B^T C - D$ වන පරිදි වේ. $a = 3$ හා $b = -2$ බව පෙන්වන්න.

a හා b හි මෙම අගය සඳහා A^{-1} ලියා දක්වන්න.

ඒනයින් $A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ වන පරිදි x හා y හි අගයන් සොයන්න.

(b) (i) $Z_1, Z_2 \in C$ යැයි ගනිමු.

$|Z_1 Z_2| = |Z_1||Z_2|$ හා $\mathrm{Agr}(Z_1 Z_2) = \mathrm{Arg}(Z_1) + \mathrm{Arg}(Z_2)$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $(1 + \cos\theta + i\sin\theta)(1 - \cos\theta + i\sin\theta)$ හි මාපාංකය හා විස්තාරය සොයන්න.

(ii) $3 + \sqrt{3}\,i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වේ.

ඒනයින් $3 - \sqrt{3}\,i$ සඳහා එවැනිම ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වන්න.

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් $(3+\sqrt{3}\,i)^3 + (3-\sqrt{3}\,i)^3$ යන්න ශුද්ධ තාත්වික බව පෙන්වා එහි අගය සොයන්න.

CS CamScanner

(17) (a) $\frac{Sin\theta}{a} + \frac{Cos\theta}{b} = \frac{1}{C}$ සලකන්න. මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ හා $a, b, c \in \mathbb{R}$ සඳහා

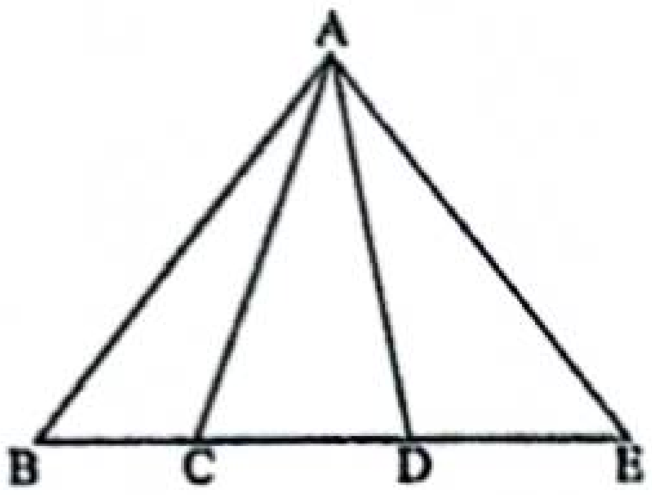
$(ab + ac)\tan^2\frac{\theta}{2} - 2bc\tan\frac{\theta}{2} + (ab - ac) = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ප්‍රතිඵලය උපයෝගී කරගෙන මූල $\tan\frac{\alpha}{2}$ හා $\tan\frac{\beta}{2}$ නම් $\tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{b}{a}$ බව පෙන්වන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය E දක්වා දික් කර, ABE ත්‍රිකෝණය ලබාගෙන ඇත.

මෙහි $B\hat{A}C = C\hat{A}D = D\hat{A}E = \theta$ ද, $AB = AE$ ද $BC = DE$ ද වේ. $A\hat{C}D = \alpha$ නම් සුදුසු ත්‍රිකෝණයක් භාවිතයෙන් $\tan\alpha = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}$ බව පෙන්වන්න.



(c) $\tan^{-1}(2x - 1) + \tan^{-1}(2x + 1) = \tan^{-1}(2)$ සමීකරණයේ x සඳහා එක් විසඳුමක් පමණක් පවතින බව පෙන්වන්න.

***

AL API

PAPERS GROUP

CamScanner